Pour partir sur de bonnes bases...

Hervé Hocquard

Université de Bordeaux, France

4 septembre 2022

Déroulement de la mise à niveau

1. 10h de cours en autoformation

Déroulement de la mise à niveau

1. 10h de cours en autoformation
2. 6 séances de td (1h30)

Déroulement de la mise à niveau

1. 10h de cours en autoformation
2. 6 séances de td (1h30)
3. Pas d'examen mais deux tests, un premier de positionnement le 5 septembre et un second le 19 septembre

Déroulement de la mise à niveau

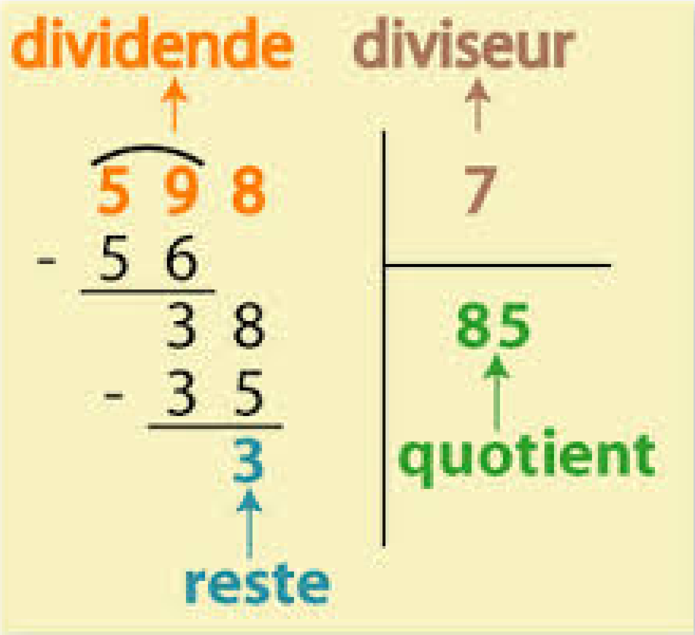
1. 10h de cours en autoformation
2. 6 séances de td (1h30)
3. Pas d'examen mais deux tests, un premier de positionnement le 5 septembre et un second le 19 septembre
4. Tout le cours se trouve ici sur Moodle. Vous pourrez trouver d'autres ressources sur ma page web www.labri.fr/perso/hocquard/Teaching.html

Déroulement de la mise à niveau

Déroulement de la mise à niveau

Déroulement de la mise à niveau

Déroulement de la mise à niveau



Déroulement de la mise à niveau

TABLES DE MULTIPLICATIONS

0 X 1 = 0	0 X 2 = 0	0 X 3 = 0	0 X 4 = 0	0 X 5 = 0	0 X 6 = 0
1 X 1 = 1	1 X 2 = 2	1 X 3 = 3	1 X 4 = 4	1 X 5 = 5	1 X 6 = 6
2 X 1 = 2	2 X 2 = 4	2 X 3 = 6	2 X 4 = 8	2 X 5 = 10	2 X 6 = 12
3 X 1 = 3	3 X 2 = 6	3 X 3 = 9	3 X 4 = 12	3 X 5 = 15	3 X 6 = 18
4 X 1 = 4	4 X 2 = 8	4 X 3 = 12	4 X 4 = 16	4 X 5 = 20	4 X 6 = 24
5 X 1 = 5	5 X 2 = 10	5 X 3 = 15	5 X 4 = 20	5 X 5 = 25	5 X 6 = 30
6 X 1 = 6	6 X 2 = 12	6 X 3 = 18	6 X 4 = 24	6 X 5 = 30	6 X 6 = 36
7 X 1 = 7	7 X 2 = 14	7 X 3 = 21	7 X 4 = 28	7 X 5 = 35	7 X 6 = 42
8 X 1 = 8	8 X 2 = 16	8 X 3 = 24	8 X 4 = 32	8 X 5 = 40	8 X 6 = 48
9 X 1 = 9	9 X 2 = 18	9 X 3 = 27	9 X 4 = 36	9 X 5 = 45	9 X 6 = 54
10 X 1 = 10	10 X 2 = 20	10 X 3 = 30	10 X 4 = 40	10 X 5 = 50	10 X 6 = 60
11 X 1 = 11	11 X 2 = 22	11 X 3 = 33	11 X 4 = 44	11 X 5 = 55	11 X 6 = 66
12 X 1 = 12	12 X 2 = 24	12 X 3 = 36	12 X 4 = 48	12 X 5 = 60	12 X 6 = 72

0 X 7 = 0	0 X 8 = 0	0 X 9 = 0	0 X 10 = 0	0 X 11 = 0	0 X 12 = 0
1 X 7 = 7	1 X 8 = 8	1 X 9 = 9	1 X 10 = 10	1 X 11 = 11	1 X 12 = 12
2 X 7 = 14	2 X 8 = 16	2 X 9 = 18	2 X 10 = 20	2 X 11 = 22	2 X 12 = 24
3 X 7 = 21	3 X 8 = 24	3 X 9 = 27	3 X 10 = 30	3 X 11 = 33	3 X 12 = 36
4 X 7 = 28	4 X 8 = 32	4 X 9 = 36	4 X 10 = 40	4 X 11 = 44	4 X 12 = 48
5 X 7 = 35	5 X 8 = 40	5 X 9 = 45	5 X 10 = 50	5 X 11 = 55	5 X 12 = 60
6 X 7 = 42	6 X 8 = 48	6 X 9 = 54	6 X 10 = 60	6 X 11 = 66	6 X 12 = 72
7 X 7 = 49	7 X 8 = 56	7 X 9 = 63	7 X 10 = 70	7 X 11 = 77	7 X 12 = 84
8 X 7 = 56	8 X 8 = 64	8 X 9 = 72	8 X 10 = 80	8 X 11 = 88	8 X 12 = 96
9 X 7 = 63	9 X 8 = 72	9 X 9 = 81	9 X 10 = 90	9 X 11 = 99	9 X 12 = 108
10 X 7 = 70	10 X 8 = 80	10 X 9 = 90	10 X 10 = 100	10 X 11 = 110	10 X 12 = 120
11 X 7 = 77	11 X 8 = 88	11 X 9 = 99	11 X 10 = 110	11 X 11 = 121	11 X 12 = 132
12 X 7 = 84	12 X 8 = 96	12 X 9 = 108	12 X 10 = 120	12 X 11 = 132	12 X 12 = 144

Les ensembles de nombres : rappels...

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels. C'est l'ensemble des entiers positifs ou nuls.
- Dans $\mathbb{N}$ l'équation $x + 1 = 0$ n'a pas de solution.
  Cette équation a une solution notée -1 , cette solution est un élément de l'ensemble $\mathbb{Z}$.
  $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs. C'est l'ensemble des entiers positifs, négatifs ou nuls.
  $\mathbb{Z}$ contient $\mathbb{N}$, c'est-à-dire que $\mathbb{N}$ est contenu dans $\mathbb{Z}$, ce que l'on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans $\mathbb{Z}$ l'équation $2x = 1$ n'a pas de solution.
  Cette équation a une solution notée $\dfrac{1}{2}$, cette solution est un élément de l'ensemble $\mathbb{Q}$.
  $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels.
  C'est l'ensemble de tous les nombres de la forme $\dfrac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}^*$. $\mathbb{Q}$ contient $\mathbb{Z}$. On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

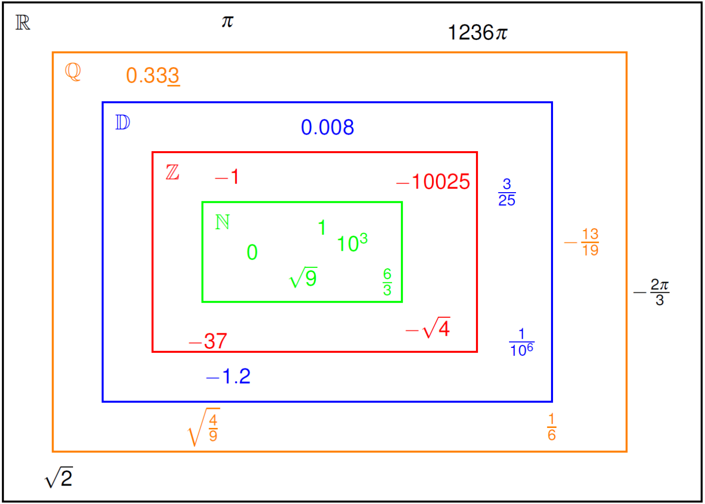
Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans $\mathbb{Q}$ l'équation $x^2 = 2$ n'a pas de solutions.
  Cette équation a deux solutions notées $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$, ces solutions sont des éléments de l'ensemble $\mathbb{R}$.
  $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels. C'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite.
  $\mathbb{R}$ contient $\mathbb{Q}$. On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solutions...
  $\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes...à suivre...
  $\mathbb{C}$ contient $\mathbb{R}$. On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Les ensembles de nombres : rappels...



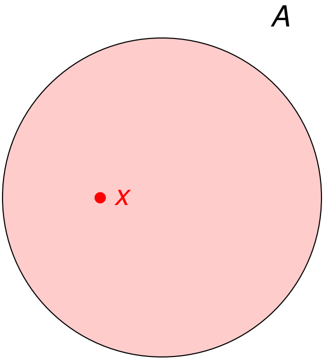
Notion d'ensemble

Définition

- Un **ensemble** est une collection d'objets appelés éléments.
  Ensemble des résultats possibles d'un lancé de dé : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- F est une **partie** (ou est inclus, ou est un sous-ensemble) de E si tous les éléments de F sont aussi des éléments de E. Cela se note $F \subset E$.
- On note $\emptyset$ **l'ensemble vide** : l'ensemble qui ne contient aucun élément.

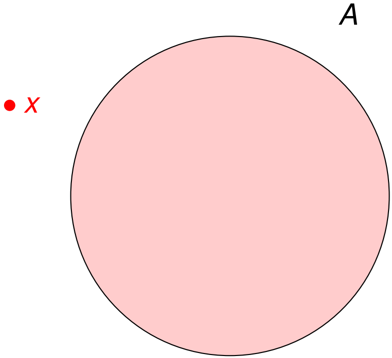
Dans la suite, E, A et B seront trois sous-ensembles d'un ensemble Ω.

Notions sur les ensembles : l'appartenance $\in$



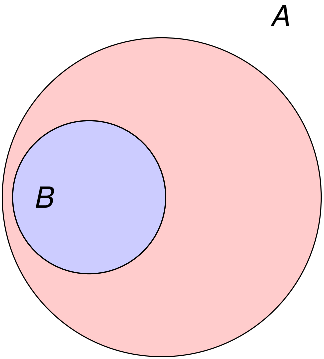
$$x \in A$$

Notions sur les ensembles : la non appartenance $\notin$



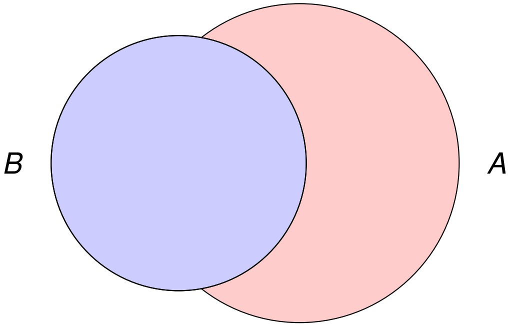
$x \notin A$

Notions sur les ensembles : l'inclusion $\subset$



$$B \subset A$$

Notions sur les ensembles : la non inclusion $\not\subset$

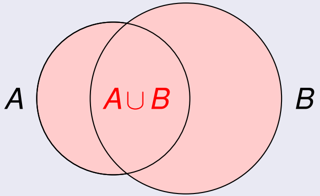


$$B \not\subset A$$

Opérations sur les ensembles : l'union $\bigcup$

Définition

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A ou B ou aux deux est appelé **union** de A et B, noté $A \cup B$.

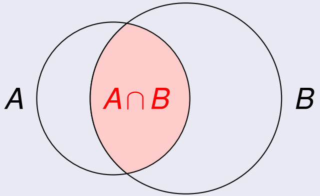


$$A \cup B = \{x \in E \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Opérations sur les ensembles : l'intersection $\bigcap$

Définition

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A et à B est appelé **intersection** de A et B, noté $A \cap B$.



$$A \cap B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$$

Opérations sur les ensembles : l'ensemble vide $\emptyset$

$$A = \{2, 4, 6\}$$
$$B = \{1, 3, 5\}$$

Opérations sur les ensembles : l'ensemble vide $\emptyset$

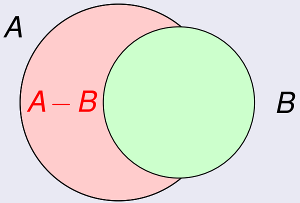
$$A = \{2, 4, 6\}$$
$$B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

Opérations sur les ensembles : la différence $\setminus$

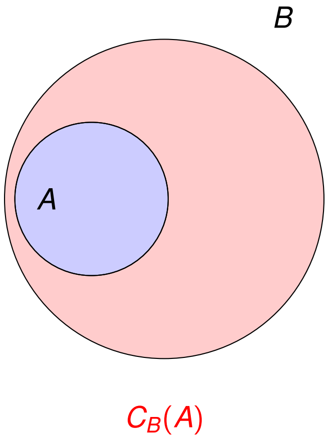
Définition

L'ensemble de tous les éléments de A qui n'appartiennent pas à B est appelé **différence** de A et B, noté $A - B$ ou $A \setminus B$.



$$A - B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$$

Opérations sur les ensembles : le complémentaire de A dans B : $C_B(A)$



Quantificateur universel : $\forall$

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

Quantificateur universel : $\forall$

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

Pour tout réel x (quelque soit), x^2 est positif ou nul.

Quantificateur existenciel : $\exists$

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Quantificateur existenciel : $\exists$

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Il existe au moins un réel x tel que $x^2 = 4$ (par exemple $x = 2$).

L’implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$

L'implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$ VRAI si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

L'implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$ VRAI si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$

L'implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$
$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

L'implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$
$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$
$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$		

L'implication : $\Rightarrow$

$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$
$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$	VRAI	si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$
$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$	FAUX	car si $x \leq -2$ alors $x^2 \geq 4$

L'équivalence : $\iff$

$x^2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 2$

L'équivalence : $\iff$

$x^2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 2$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

L'équivalence : $\iff$

$x^2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 2$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2$ ou $x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2$ ou $x = 2)$

L'équivalence : $\iff$

$x^2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 2$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2$ ou $x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2$ ou $x = 2)$

$\Rightarrow$	$\Leftarrow$
condition nécessaire il faut seulement si	condition suffisante il suffit si

Raisonnement direct

Exercice

Montrer que la somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

Raisonnement par contraposée

Exercice

Soit n un entier naturel.
Montrer que si n^2 est impair alors n est impair.

Raisonnement par l'absurde

Exercice

Montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Raisonnement : le contre-exemple

Exercice

Montrer que l'assertion suivante est fausse
"Tout entier positif est somme de trois carrés".

Raisonnement

Cas par cas

Récurrence

...

À ne pas dire ou écrire

ATTENTION

1. Ne pas confondre $=$ et $\iff$.
2. On ne dit pas : ”On va calculer le Δ” ou ”On fait le Δ”...